EVLİ ÇİFTLERİN SIRALANMA PROBLEMLERİ

n tane evli çiftin değişik koşullarla yuvarlak masa çevresinde sıralanma problemlerini incelemek dönel sıralamayı pekiştirmenin en iyi yöntemidir.

6 evli çift yuvarlak masa etrafına sıralanacaktır.

1) Herhangi bir koşul olmaksızın kaç değişik sıralama yapılabilir?

6.2=12 kişinin dönel sıralama sayısı (12-1)!=11! dir.

2) Sıralanmada herhangi iki bayanın yanyana gelmesi istenmediğine göre kaç değişik sıralama yapılabilir?

Önce erkekleri (6-1)!=5! şekilde sıralayalım. Sonra aralara 6 bayanı 6! şekilde sıralayabileceğimizden; tüm sıralamaların sayısı 5!.6! dir.

3) Belirli iki bayanın yanyana gelmesi istenmediğine göre kaç değişik sıralama yapılabilir?

Belirli iki bayanı yanyana oturttuktan sonra kalan 10 kişiyi 10! şekilde sıralayabileceğimizden; tüm sıralamaların sayısı 10!.2 dir. (Belirli iki bayanın kendi aralarındaki sıralanma sayısı 2 dir.)

4) Çiftler birbirlerinden ayrılmadan kaç değişik sıralama yapılabilir?

6 çifti masa etrafına (6-1)!=5! şekilde sıralayalım. her çift kendi aralarında 2 şekilde sıralanabileceğinden; tüm sıralamaların sayısı $5!.2^6$ dır.

5) Çiftler birbirlerinden ayrılmadan, herhangi iki bayanın yanyana gelmesi istenmediğine göre kaç değişik sıralama yapılabilir?

6 çifti masa etrafına (6-1)!=5! şekilde sıraladıktan sonra her bayanı eşinin yanına oturturuz. Tüm sıralanmaların sayısı 5!.2 dir. (Bayanların eşlerinin sağında veya solunda olmasına göre 2 değişik sıralama yapılabilir.)

6) Çiftlerden 4 tanesinin birbirlerinden ayrılmaksızın ve herhangi iki bayanın yanyana gelmesini önleyerek kaç değişik sıralama yapılabilir?

6 çiftten 4 ü yuvarlak masa etrafına $\frac{P(6,4)}{4} = \frac{6.5.4.3}{4} = 90$ değişik şekilde sıralanabilir. Bayanların eşlerinin sağında veya solunda oturma durumları da göz önüne alındığında tüm sıralamaların sayısı 90.2=180 dir.

Artık sıralanma sorularının pek bilinmeyen en zor sorusunu çözebiliriz:

- 6 Evli çift yuvarlak masa etrafına sıralanacaktır. Herhangi erkeğin veya bayanın yanyana oturamayacağı, çiftlerden herhangi birinin yan yana olmadığı bilindiğine göre kaç değişik sıralama yapılabilir?

Sorunun çözümünü tüme varım yöntemi ile bulmaya çalışalım.

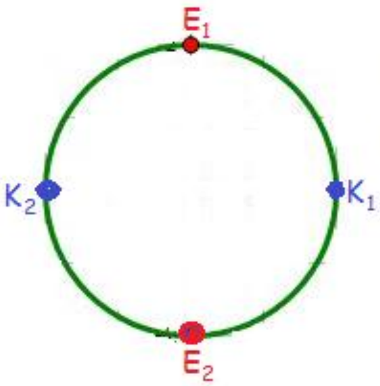
Önce bir çift ile başlayalım.

Sıralanma sayısı: (2-1)!=1 dir.

Bu sıralama koşulu sağlamaz.

$A_1=0$ dır

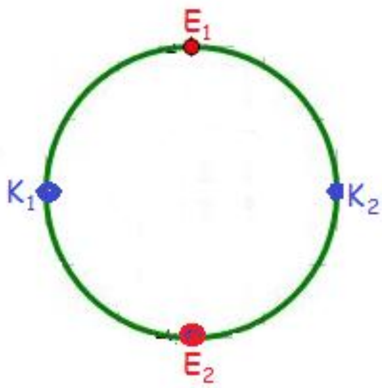
İki çift için:



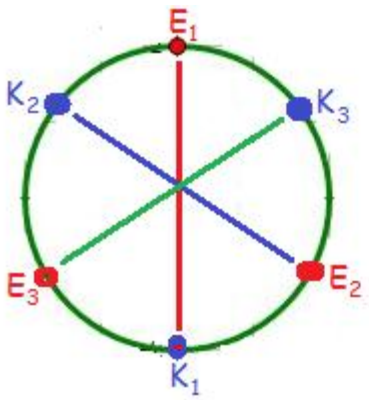
Sıralanma sayısı: (2-1)!=1 dir.

Bu sıralamalar koşulu sağlamaz.

$A_2=0$ dır



Üç çift için:

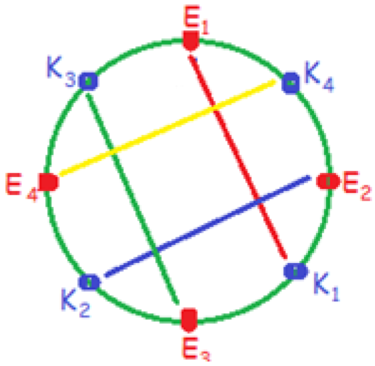


Sıralanma sayısı: 2!.3!=6 dır.

Bu sıralamalardan koşulu sağlayan

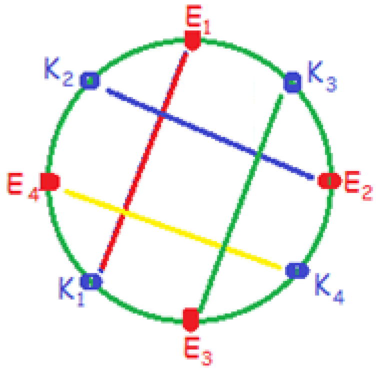
$A_3=1$ dir.

Dört çift için:



Sıralanma sayısı: 3!.4! = 144
Bu sıralamalardan
koşulu sağlayanlar

A_4= 2 dir.



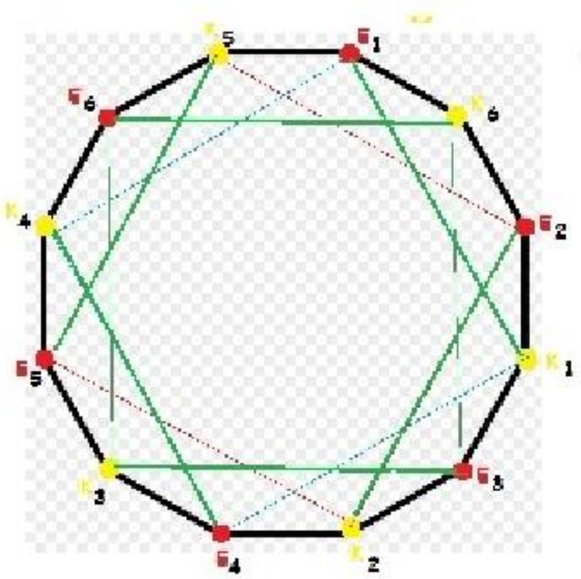
Yukarıdaki işlemlerden sonra evli çiftlerin koşullara uygun sıralama sayılarını veren A_1, A_2, A_3, A_4, ... sayıları arasında $n \geq 3$ için

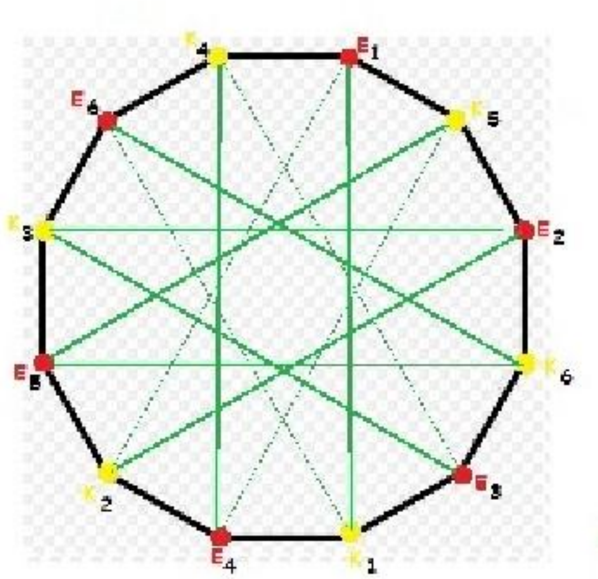
$$\boxed{(n-1).A_{n+1} = (n^2-1).A_n + (n+1).A_{n-1} + 4(-1)^n}$$

eşitliği bulunabilir. (Touchard formülü)

n, evli çift sayısını ve A_n koşula uygun sıralama sayısını göstermek üzere:
A_1=0 , A_2=0 , A_3=1 , A_4=2 , A_5= 13 , A_6=80 , A_7=579 , A_8=4738 , A_9=43387 ,...
Menage Sayıları bulunur.

Örnek olarak 6 evli çift verilen koşullarla 80 farklı şekilde sıralanır.





GİBİ
http:ahmetelmas.wordpress.com